

基于样条迭代随机建模的高精度星间相对定位方法

刘 洋¹, 王正明^{1,2}, 易东云²

(1. 国防科学技术大学信息系统与管理学院, 湖南长沙 410073; 2. 国防科学技术大学理学院, 湖南长沙 410073)

摘 要: 利用 GPS 确定星间相对位置, 在无法得到精确的卫星相对运动动力学模型时, 事后处理一般采用最小二乘方法, 但实际应用时该方法采用的随机模型没有考虑实测 GPS 数据的异方差、时间和空间相关特性. 为提高相对定位精度, 本文提出了一种利用样条函数模型进行迭代随机建模的相对位置确定方法, 即先根据相对位置参数的连续性, 建立基于样条表示的函数模型; 然后根据历元差分原理消除原始双差 GPS 观测量的时间相关性; 再利用 MINQUE 方法求解去相关 GPS 观测量的方差 协方差分量, 最后利用 LAMBDA 方法固定整周模糊度并确定相对位置. 实验仿真得到两个结论: (1) 函数模型的样条表示不仅有利于消除动态条件下测量量的时间相关性, 而且能起到节省参数、平滑噪声的作用, 因此可大大提高相对定位的精度; (2) 在样条函数模型的基础上, 采用 MINQUE 方法迭代随机建模, 能进一步提高相对定位精度.

关键词: 星间相对定位; 最小二乘法; 样条; 迭代随机建模

中图分类号: V412 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2007)10-1903-06

A High-Precision Inter-satellite Relative Positioning Method Based on Spline Stochastic Modelling

LIU Yang¹, WANG Zheng-ming^{1,2}, YI Dong-yun²

(1. School of Information System and Management, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China;
2. School of Science, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: when GPS is used to determinate the inter-satellite relative position and the precise dynamic model of inter-satellite relative movement cannot be obtained, the least square method is usually used in the post data processing, but in practice, the stochastic model used by LS method do not take into account the characteristic of heteroscedastic, space and time correlated of real GPS measurements. In order to solve this problem and improve the positioning precision, this paper proposes a new relative positioning method, which first finds the spline function model based on the continuity of the relative position, then eliminate the time correlation of GPS double difference measurements based on epoch difference theory, then uses MINQUE to solve variance-covariance components of de-correlated GPS measurements iteratively, finally uses LAMBDA to fix the integer ambiguities and determinates the relative position. The experiment simulation gets two conclusions: (1) spline function model can not only benefit eliminating time correlation of GPS measurements in dynamic condition, but also improve the relative positioning precision greatly because of its functions of saving the number of unknown parameters and smoothing noise; (2) the iterative stochastic modeling using MINQUE method can improve relative positioning precision more based on spline function model.

Key words: inter-satellite relative positioning; the least square; spline; iterative stochastic modeling

1 引言

高精度的星间相对状态确定是卫星编队飞行的一项关键技术, 是目前国内外研究的热点问题^[1,2]. 常用的星间测量手段有激光、红外、无线电、可见光和 GPS 等, 其中 GPS 以其全天候、全天时、测量不受信号覆盖范围限制、能提供多种测量信息(包括位置、速度和时

间)、测量设备体积小、重量轻等特点, 已成为大多数研究人员关注的焦点^[3-5].

GPS 用于高精度的星间相对状态确定, 在无法得到高精度卫星动力学模型的情况下, 参数估计一般采用最小二乘法(简称 LS)^[6,7]. 通过建立函数模型(描述测量量与待估参数之间的关系)和与观测数据相对应的随机模型(描述测量量的统计特性), 最小二乘法可实现

未知参数的无偏估计. 可见, 函数模型和随机模型准确与否是影响最终结果估计精度的关键.

GPS 技术发展至今, 相对定位常用的函数模型可认为已足够精确, 而随机模型至今仍是阻碍定位精度提高的一个难题. 由于 GPS 双差观测量受多种误差因素(如残余的轨道误差、残余的电离层延迟误差、多路径误差、天线相位中心误差和系统噪声等)的影响, 而这些误差由于本身所具有的复杂性, 很难将其严格建模, 因此在参数估计时, 必须进行随机建模(即估计观测值的协方差矩阵). 在工程应用中, 为简单起见, 随机建模主要是基于假设: (1) 相同类型观测数据的方差相等且相互独立; (2) 不同历元观测数据对应的协方差矩阵相等; (3) 不具有时间相关性. 但大量的实测数据分析表明: GPS 测量具有异方差、时间和空间相关特性^[8]. 由此可见, 传统随机模型与实际不符, 进而可能导致参数估计结果出现偏差.

为解决该问题并进一步提高相对定位精度, 作者提出了一种利用样条函数模型进行迭代随机建模的相对定位方法, 即先根据星间相对位置变化的连续特性以及样条函数的局部支撑特性, 建立基于样条表示的函数模型; 然后再利用历元差分原理构造去相关矩阵, 消除 GPS 双差观测量的时间相关性; 再利用最小范数二次无偏估计(简称 MINQUE)方法确定去相关 GPS 观测量的方差-协方差分量, 最后利用 LAMBDA 方法固定整周模糊度并确定相对位置.

2 基于样条表示的函数模型

高精度的星间相对定位通常采用 GPS 双差载波相位观测方程, 以双星编队为例, t 时刻其具体形式为^[9]

$$\lambda\varphi(t) = R^i(X(t), t) - \lambda N^i + v^i(t) \quad (1)$$

其中, 上标 i 表示形成双差观测量的 GPS 卫星对; λ 为载波波长; φ 为双差载波相位观测量; R 为真实几何距离对应的差分项; $X(t) = [x(t), y(t), z(t)]^T$ 表示第 t 个历元的相对位置矢量; N 为双差整周模糊度; v 为差分后的 GPS 载波相位观测误差, 由于这里主要研究低轨卫星的相对定位, 因此该项主要考虑与电离层延迟、多路径效应误差、天线相位中心误差、相对论效应及观测噪声等误差项.

由卫星运动的轨道动力学原理可知^[10], 卫星的空间位置随时间连续变化, 从而星间相对位置也是连续变化的. 根据函数逼近理论^[11], 一段时间内的卫星状态参数可用基函数精确表示. 图 1 给出了利用标准 B 样条函数分段拟合高精度卫星轨道模型(包括 J40 项地球引力场模型、大气阻力、日月引力、太阳光压以及固体潮模型)产生的两颗编队卫星间相对位置的残差图. 仿真结果表明: 只要节点数选择适当, 利用标准 B 样条可以

精确地表示星间相对位置.

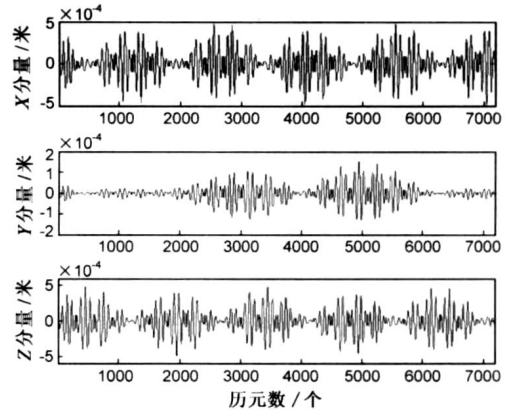


图 1 星间相对位置的样条拟合残差图

由于与多项式样条函数相比, B 样条基底具有局部支撑等特性, 可以保证在对数据进行最小二乘拟合时, 估计结构更加稳定, 估计精度更高. 因此本文采用等节点的 3 次标准 B-样条基底. 具体原理: 对 $\forall j(j = 1, 2, 3)$, 状态矢量 $X(t)$ 中的三个分量分别用 3 次标准 B-样条函数表示, 即

$$\begin{cases} x(t) = \sum_{k=-1}^{M+2} b_k^x B \left\{ \frac{t - \tau_k}{h_x} \right\} \\ y(t) = \sum_{k=-1}^{M+2} b_k^y B \left\{ \frac{t - \tau_k}{h_y} \right\} \\ z(t) = \sum_{k=-1}^{M+2} b_k^z B \left\{ \frac{t - \tau_k}{h_z} \right\} \end{cases} \quad (2)$$

令 $\beta = [b_{-1}^x, \dots, b_{M+2}^x, b_{-1}^y, \dots, b_{M+2}^y, b_{-1}^z, \dots, b_{M+2}^z]^T$, 并代入式(1), 则式(1)可转换为

$$\lambda\varphi(t) = R^i(\beta, t) - \lambda N^i + v^i(t) \quad (3)$$

式(3)为非线性方程, 通常先根据视线平行假设进行线性化. 下式给出了 m 个历元的线性化观测方程的联合矩阵形式(假设此时间段两接收机的共视 GPS 卫星不发生变化):

$$l_i = A_i \cdot x + v_i \quad (4)$$

式中, $l_i = [\lambda\varphi(1), \lambda\varphi(2), \dots, \lambda\varphi(m)]^T$; $x = [\beta^T, N^T]^T$ 为待估参数矢量, 其中 $N = [N^1, N^2, \dots, N^n]^T$; A_i 为对应于第 i 个 GPS 卫星对的线性化设计矩阵; $v_i = [v^i(1), v^i(2), \dots, v^i(m)]$.

假定两接收机的 GPS 共视卫星数为 $n+1$ 颗, 则可形成 n 个双差 GPS 卫星对, 将其联立可得

$$L = A \cdot x + V \quad (5)$$

式中 $L = [l_1^T, l_2^T, \dots, l_n^T]^T$; $A = [A_1^T, A_2^T, \dots, A_n^T]^T$; $V = [v_1^T, v_2^T, \dots, v_n^T]^T$.

需注意: 对于高精度的相对定位而言, 从式(3)转换到式(4)过程中的线性化误差不可小视. 实验表明, 当星间距离为 10km 时, 100m 的单点定位误差(考虑 SA

影响)引起的线性化模型误差最高可达 $2m$, 因此实际应用时, 需对其进行修正, 具体的修正公式见文献[12].

3 基于传统随机模型的参数 LS 估计

GPS 测量误差的复杂性导致精确的随机建模过程非常复杂, 因此为简单, 通常作如下假设(以下简称传统随机模型)^[13, 14]: (1) 不同接收机接收到的同类观测数据方差相等且相互独立; (2) 不同时刻观测数据的方差-协方差矩阵相等; (3) 不具有时间相关性. 假定载波相位测量的方差为 σ^2 , 则观测矢量 L 的协方差矩阵 C 可表示为

$$C = \Sigma \odot I_m = \sigma^2 \cdot Q \odot I_m \quad (6)$$

式中, 符号 \odot 表示 Kronecker 积; Σ 为单个历元的协方差矩阵; Q 为与 Σ 对应的协因数矩阵(具体如式(7)); I_m 为 $m \times m$ 维的单位矩阵.

$$Q = \begin{bmatrix} 4 & 2 & \dots & 2 \\ 2 & 4 & \dots & 2 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 2 & \dots & 2 & 4 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (7)$$

根据式(5)、(6)表示的函数模型和随机模型, 利用加权最小二乘法进行参数估计, 可得

$$\hat{x} = [A^T (\Sigma^{-1} \odot I_m) A]^{-1} A^T (\Sigma^{-1} \odot I_m) L$$

$$= [A^T (Q^{-1} \odot I_m) A]^{-1} A^T (Q^{-1} \odot I_m) L \quad (8)$$

$$\hat{v} = L - A\hat{x} \quad (9)$$

并且, 由式(9)可得方差估计值

$$\sigma^2 = \frac{\hat{v}^T (Q^{-1} \odot I_m) \hat{v}}{f} \quad (10)$$

其中 f 为自由度. 将式(10)代入 $\Sigma = \sigma^2 \cdot Q$, 可得估计值 Σ , 然后再用 Σ 代替式(8)中的 Σ , 可得与 \hat{x} 的协方差矩阵

$$\text{cov}(\hat{x}) = [A^T (\Sigma^{-1} \odot I_m) A]^{-1} \quad (11)$$

4 随机模型的迭代估计

由式(8)和(11)可知, 估计值 \hat{x} 及其协方差矩阵 $\text{cov}(\hat{x})$ 都与 Σ 即随机模型有关, 因此当随机模型不准, 就会导致待估参数的最终估计结果出现偏差. 传统的随机模型是基于方差相等、不存在时间相关性等条件构造出来的, 虽然从过程上有效地降低了随机建模的难度, 但与实际情况显然不符, 因此, 进一步提高相对定位精度需建立准确的随机模型.

4.1 方差分量估计的 MINQUE 方法

从数学上讲, 随机建模也就是确定观测量的协方差矩阵. 目前, 常用的方法是最小范数二次无偏估计法(简称 MINQUE). 下面简单介绍该方法的基本原理. 首先, 将双差 GPS 载波相位观测量 L 的协方差矩阵 C 表示为线性函数

$$C = P^{-1} = \sum_{i=1}^k \sigma_i T_i \quad (12)$$

式中 P 为权矩阵; σ_i 为协方差矩阵 C 中的方差-协方差分量; k 为 C 中方差-协方差分量个数, 由于 C 关于主对角线对称, 因此 $k = n(n+1)/2$; $T_i = \text{diag}(T_j)$ ($j = 1, 2, \dots, m$) 是与 θ_i 相对应的常系数矩阵, 其中

$$T_{1i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, T_{2i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$$T_{2i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, T_{(n+1)i} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$T_{(n+2)i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, T_{ki} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

由最小范数二次无偏估计(MINQUE)理论可知^[15], σ_i 的线性函数 $g_1 \sigma_1 + g_2 \sigma_2 + \dots + g_k \sigma_k$ 的最小范数二次无偏估计为二次型函数 $L^T M L$, 其中矩阵 M 可通过解如下带约束的矩阵最小迹问题得到:

$$\text{Tr}\{MCMC\} = \min \quad (13)$$

其中

$$\begin{cases} MA = 0 \\ \text{Tr}\{MT_i\} = g_i \end{cases} \quad (14)$$

其中 $\text{Tr}(\cdot)$ 表示矩阵求迹. 基于式(13)和(14), 协方差矩阵 C 中的方差-协方差分量 σ_i 可用下式估计:

$$\sigma = [\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_k]^T = S^{-1} q \quad (15)$$

式中 $S = \{\sigma_j = \text{Tr}\{RT_i RT_j\}\}$; $q = \{q_i = L^T RT_i RL\}$; $R = P[I - A(A^T P A)^{-1} A^T P]$.

由上面的分析可知, 方差分量的估计 σ 与权矩阵 P 有关, 而 $P = C^{-1}$, 因此在求解时, 需采用迭代的方法, 具体的迭代格式为

$$\sigma^{j+1} = S^{-1}(\sigma^j) q(\sigma^j), \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (16)$$

4.2 消除 GPS 双差观测量的时间相关性

上述 MINQUE 方法只能用于不具有时间相关性的协方差矩阵分量估计. 因此若利用该方法得到与实际情况相吻合的随机模型, 须先消除 GPS 双差观测量的时间相关性. 由文献[8]可知, 双差 GPS 载波相位测量的时间相关性可用一阶 Markov 过程近似描述

$$v(t) = \rho v(t-1) + u(t) \quad (17)$$

式中, $v(t-1)$ 、 $v(t)$ 分别表示历元 $t-1$ 和 t 的双差观测列矢量 ($n \times 1$ 维); $u(t)$ 为随机变量, 满足 $E[u(t) \cdot u(t)^T] = 0 (t \neq \tau)$ 和 $E[u(t) \cdot u(t)^T] = \Omega$; $\rho = \{\rho_{ij}\} (i, j = 1, 2, \dots, n)$ 为 $n \times n$ 维的相关系数矩阵, 其中 ρ_i 表示与第 i 个卫星对有关的 GPS 双差观测的时间相关系数; ρ_{ij} 表示与第 i 个和第 j 个卫星对有关的 GPS 双差观测测量间的互时间相关系数.

消除如式(17)的时间相关性, 通常采用相邻历元差分法(限于篇幅, 具体不再赘述). 假设利用该方法得到的去相关矩阵为 G , 将其同时作用式(5)的两端, 可得

$$\bar{L} = \bar{A} \cdot x + u \quad (18)$$

式中 u 为白噪声, 满足 $E[u \cdot u^T] = \Omega \odot I_m$; $\bar{L} = GL$; $\bar{A} = GA$, 其中

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1n} \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ G_{n1} & G_{n2} & \dots & G_{nn} \end{bmatrix}_{m \times nm} \quad (19)$$

其中

$$G_{ii} = \begin{bmatrix} \beta_i & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\rho_i & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\rho_{ii} & 1 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\rho_{ii} & 1 \end{bmatrix}_{m \times m},$$

$$G_{ij} = \begin{bmatrix} \beta_j & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\rho_{ij} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\rho_{ij} & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\rho_{ij} & 0 \end{bmatrix}_{m \times m} \quad (i \neq j).$$

其中

$$B = \begin{bmatrix} \beta_{11} & 0 & \dots & 0 \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} & \dots & \beta_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (20)$$

矩阵 B 可通过以下三个步骤得到:

(1) 利用关系式 $\Sigma = \rho \Sigma \rho^T + \Omega$ 解算得到 $\text{Vector}(\Sigma) = (I - \rho \odot \rho)^{-1} \text{Vector}(\Omega)$, 其中操作符 $\text{Vector}(\cdot)$ 是将矩阵按行排列成矢量;

(2) Cholesky 分解矩阵 Ω 和 Σ , 得到下三角矩阵 H_1 和 H_2 , 其中 $\Omega = H_1^T H_1$, $\Sigma = H_2^T H_2$;

(3) 由条件 $B \Sigma B^T = \Omega$, 可得 $B = H_1 H_2^{-1}$.

4.3 时间相关系数矩阵的估计

从上面的分析可知, 矩阵 G 与时间相关系数矩阵

ρ 有关, 而 ρ 的真实值是未知的, 因此需对其进行估计. 估计 ρ 要用到真实的残差量, 但实际的残差是不可能知道的, 因此只能利用式(9)得到的残差估计值进行初步估计. 首先, 由式(17)可得

$$\begin{bmatrix} \hat{v}_i(t_2) \\ \hat{v}_i(t_3) \\ \vdots \\ \hat{v}_i(t_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{v}(t_2) \\ \hat{v}(t_3) \\ \vdots \\ \hat{v}(t_n) \end{bmatrix} \cdot \rho_i + \begin{bmatrix} u_i(t_2) \\ u_i(t_3) \\ \vdots \\ u_i(t_n) \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中 $i = 1, 2, \dots, n$; ρ_i 为矩阵 ρ 第 i 行元素的列矢量表示. 因此为了确定矩阵 ρ , 共有 n 个与式(21)类似的方程, 将其联立可得

$$E_b = E_a \text{Vector}(\rho) + u \quad (22)$$

其中 $E_a = \text{diag}(E_1, E_1, \dots, E_1)$; $E_b = [E_{21}^T, E_{22}^T, \dots, E_{2n}^T]^T$; $E_1 = [\hat{v}(t_2)^T, \hat{v}(t_3)^T, \dots, \hat{v}(t_n)^T]^T$; $E_{2i} = [\hat{v}_i(t_2), \hat{v}_i(t_3), \dots, \hat{v}_i(t_n)]^T$.

式(22)利用加权最小二乘法进行估计, 可得

$$\text{Vector}(\rho) = [E_a^T (\Omega^{-1} \odot I_{m-1}) E_a]^{-1} E_a^T (\Omega^{-1} \odot I_{m-1}) E_b \quad (23)$$

4.4 随机模型的迭代估计

由前面的理论分析可知, 协方差矩阵 Ω 必须通过迭代的方式进行估计, 具体的实施步骤为:

- ① 利用样条函数拟合原始 GPS 载波相位测量量, 将其所得残差量的方差作为 σ^2 的初始值;
- ② 基于传统的随机模型(如式(6)), 分别利用式(7)和(8), 得到未知参数和残差的估计值;
- ③ 利用式(6)、(10)得到协方差矩阵的估计值 Σ , 并令 $\Omega = \Sigma$;
- ④ 利用式(23)得到时间相关系数矩阵估计值 ρ ;
- ⑤ 基于前面得到的 Ω 和 ρ , 利用式(19)、(20)构造去相关矩阵 G , 并得到去相关 GPS 双差观测测量 L ;
- ⑥ 利用 MINQUE 方法估计 \bar{L} 的协方差矩阵 Ω ;
- ⑦ 利用 MLS 方法得到未知参数的浮点解 $\hat{x} = [A^T (\Omega^{-1} \odot I_m) A]^{-1} A^T (\Omega^{-1} \odot I_m) \bar{L}$;
- ⑧ 利用 \hat{x} 及式(8), 得到新的残差矢量 \hat{v} ;
- ⑨ 检测相邻两次迭代过程中矩阵 ρ 、 Ω 各元素的变化量, 若变化量满足一定的精度, 停止迭代; 否则返回步骤 ④ 重新进行计算.

5 相对位置参数的确定

迭代随机建模完成后, 可得到未知参数的浮点解. 为了得到相对定位的最终结果, 还需固定双差整周模糊度. 这里采用经典的 LAMBDA 方法^[16]. 该方法主要包括去相关、构造搜索空间以及整周模糊度的搜索等三个步骤. 首先, 由前面的过程可获得双差整周模糊度 N 及样条系数 β 的浮点解及相应的方差、协方差矩阵.

$$\begin{bmatrix} N \\ \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_N & Q_{N\beta} \\ Q_{\beta N} & Q_\beta \end{bmatrix}$$

然后, 再采用 Z 变换去相关

$$z = Z^T N, \hat{z} = Z^T N, Q_z = Z^T Q_N Z \quad (24)$$

去相关后, 可构造如下双差模糊度的搜索空间:

$$(\hat{z} - z)^T Q_z^{-1} (\hat{z} - z) \leq \chi^2 \quad (25)$$

利用上式搜索可得到一个最优的整周模糊度矢量, 然后利用式(24)将此模糊度作反变换, 就得到真实的整周模糊度(记为 N), 再利用

$$\begin{cases} \beta = \hat{\beta} - Q_{\beta N} Q_N^{-1} (N - \hat{N}) \\ Q_\beta = Q_\beta - Q_{\beta N} Q_N^{-1} Q_{\beta N} \end{cases} \quad (26)$$

对 β 和 Q_β 进行修正, 从而得到参数 β 的最终估计值 $\hat{\beta}$ 和方差协方差矩阵 \hat{Q}_β .

最后, 将估计值 $\hat{\beta}$ 代入式(2), 就可得到任意时刻的星间相对位置.

6 数值仿真与分析

6.1 观测数据的仿真

为了验证算法的有效性, 给定参考卫星的轨道根数(7000km, 0, 97°, 0°, 0°, 0°), 利用文献[17]中的方法得到具有绕飞半径为 20km 的双星空间圆编队, 然后利用作者所在实验室自行研制的软件模拟产生 GPS 观测数据. 在仿真过程中, 为了尽可能真实地再现空间环境对 GPS 测量的影响, 对影响低轨空间环境下 GPS 测量的各类误差(主要包括电离层延迟误差、多路径误差、相对论效应误差、天线相位中心误差、内时延误差以及观测噪声误差等)进行了建模, 其中具体采用的模型详见参考文献[18]. 另外, 在相对定位过程中, 还需要 GPS 卫星的位置和速度信息, 而这些信息包含在星历数据中, 因此在仿真过程中, 也对 GPS 星历误差(这里主要是考虑精密星历)进行了建模.

6.2 仿真结果与分析

整个仿真过程采用的数据段时间长度为 100s, 采样周期为 1s, 蒙特卡罗仿真 100 次.

(1) 函数模型样条表示的优越性

新方法根据相对位置的连续特性, 将传统的相对定位函数模型用样条函数表示(简称样条函数模型), 不仅有利于消除动态条件下 GPS 双差观测量的时间相关特性, 而且还可提高相对定位的精度, 具体原因有: 1) 样条函数模型在给出测量量与待估参数几何关系的同时, 还考虑了待估参数的运动信息; 2) 利用样条表示相对位置参数, 可以节省待估参数的个数, 并且联解的时刻越多, 节省的参数个数也越多; 3) 样条模型可以平滑噪声. 就其频域特性而言, 样条拟合相当于一个低通

滤波器, 可以有效地保留低频状态的信号, 而滤掉高频状态的噪声, 从而大大提高估计精度. 表 1 给出了基于传统的随机模型, 分别利用传统函数模型和样条函数模型的相对定位结果. 从中可看出: 采用样条模型, 相对定位精度大致提高了 4~5 倍.

表 1 两种函数模型对应的相对定位精度

	σ_x /mm	σ_y /mm	σ_z /mm	σ /mm
传统函数模型	26.4	30.3	14.9	42.9
样条函数模型	3.86	7.31	3.68	9.05

(2) 迭代随机建模的优越性

基于样条函数模型, 表 2 给出了利用三种随机模型(即传统的随机模型、修正的传统随机模型以及本文的迭代随机模型)得到的相对定位结果, 其中修正的传统随机模型是在传统随机模型基础上考虑了 GPS 双差观测量的异方差性.

表 2 不同随机模型对应的相对定位精度

	σ_x /mm	σ_y /mm	σ_z /mm	σ /mm
传统的随机模型	3.86	7.31	3.68	9.05
修正的随机模型	4.54	6.47	2.94	8.43
本文新方法	2.92	6.38	1.84	7.25

从表 2 可看出: 由于传统随机模型在建立过程中假设条件过于理想化, 因此相对定位的精度最差; 而当在传统随机模型的基础上, 考虑各接收机测量数据的异方差性, 因此定位精度大约提高了约 7%; 而利用本文提出的方法, 在随机建模的过程中进一步考虑了时间相关噪声, 定位精度大约提高了 20%. 注意: 表 1 和表 2 中 $\sigma = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}$.

7 结束语

卫星编队飞行是目前国内外航天领域研究的热点, 其中星间相对位置的高精度确定又是其工程实现的一个关键问题. 为解决该问题并基于实测 GPS 观测量的异方差、时间和空间相关性, 提出了一种基于样条函数模型的迭代随机建模方法. 实验仿真表明: 与传统 LS 方法相比, 新方法能大大提高相对定位精度.

参考文献:

[1] Jesse Leitner. Formation flying the future of remote sensing from space [A]. The 18th International Symposium on Space Flight Dynamics[C]. Germany: Munich, 2004. 621- 626.
 [2] G Purcell, D Kuang, S Lichten, S C Wu, et al. Autonomous Formation Flyer (AFF) Sensor Technology Development[R]. TMO Progress Report 42 134, 1998.
 [3] Remco Kroes, Oliver Montenbruck, William Bertiger, et al. Precise GRACE baseline determination using GPS[J]. GPS Solutions, 2005, 9(1): 21- 31.

- [4] E Gill, M Steckling, P Butz. Gemini: a milestone towards autonomous formation flying [A]. ESA Workshop on Orbital Formation Flying [C]. Noordwijk: ES TEC, 2001. 415- 419.
- [5] Flechtner F. Relative baseline determination for a tandem SAR mission using GPS code and phase measurements [R]. GFZ (Geo Forschungs Zentrum Potsdam), Technical Note, 2003.
- [6] Char Woo Park, Philip Ferguson, Nick Pohlman, et al. Decentralized relative navigation for formation flying spacecraft using augmented CDGPS [A]. ION GPS 2001 [C]. UT: Salt Lake City, 2001. 2304- 2315.
- [7] 范国清, 王威, 郝晓宁. 联合 CDGPS 技术和星间相对测量进行编队星座状态确定 [J]. 空间科学学报, 2005, 25(3): 218- 223.
FAN Guoqing, WANG Wei, XI Xiaoning. Formation constellation states determination with carrier phase differential GPS and inter satellite relative measurement [J]. ChinJ Space Sci, 2005, 25(3): 218- 223. (in Chinese)
- [8] Jinling Wang. Stochastic assessment of the GPS measurements for precise positioning [A]. ION GPS 98 [C]. NT: Nashville, 1998. 81- 89.
- [9] 袁建平, 罗建军, 岳晓奎, 等. 卫星导航原理与应用 [M]. 北京: 中国宇航出版社, 2003.
YUAN Jianping, LUO Jianjun, YUE Xiaokui, FANG Qun. Satellite Navigation System: Principle and Application [M]. Beijing: China Aerospace Press, 2003. (in Chinese)
- [10] 郝晓宁, 王威. 近地航天器轨道基础 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2003.
XI Xiaoning, WANG Wei, et al. Fundamentals of Near earth Spacecraft Orbit [M]. Changsha: National Defence and Technology University Press, 2003. (in Chinese)
- [11] 王正明, 等. 弹道跟踪数据的校准与评估 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1999.
WANG Zhengming, et al. Calibration and Evaluation of Trajectory Tracking Data [M]. Changsha: National Defence and Technology University Press, 1999. (in Chinese)
- [12] Char Woo Park, Jonathan P How, Larry Capots. Sensing technologies for formation flying spacecraft in LEO using CDGPS and an inter spacecraft communication system [A]. ION GPS 2000 [C]. UT: Salt Lake City, 2000. 1595- 1607.
- [13] Jinling Wang. Stochastic Assessment of GPS Carrier Phase Measurements for Precise Static Relative Positioning [D]. Australia: University of New South Wales Sydney, 2002.
- [14] 张传定, 吴晓平, 郝金明, 等. GPS 多差相位观测量数学相关性的分析表示 [J]. 测绘学报, 2004, 33(3): 221- 227.
ZHANG Chuanding, WU Xiaoping, HAO Jinming, HE Harbo. An analytical stochastic model of multi differences GPS carrier phase data [J]. Acta Geodetica of Cartographica Sinica, 2004, 33(3): 221- 227. (in Chinese)
- [15] 王志忠, 朱建军. 方差分量的 MINQUE 通用公式 [J]. 中南工业大学学报, 2001, 32(4): 433- 436.
WANG Zhizhong, ZHU Jianjun. A universal formula of MINQUE of variance components [J]. Journal of Central South University of Technology, 2001, 32(4): 433- 436. (in Chinese)
- [16] Teunissen, P J G, P J de Jonge, et al. The least squares ambiguity decorrelation adjustment: its performance on short GPS baselines and short observations spans [J]. Journal of Geodesy, 1997, 71(10): 589- 602.
- [17] 陈杰, 周荫清, 李春升. 分布式 SAR 小卫星编队轨道设计方法研究 [J]. 中国科学 E 辑, 信息科学, 2004, 34(6): 654- 662.
CHEN Jie, ZHOU Yinqing, LI Chunsheng. Study of formation design for distributed small satellite SAR [J]. Science in China (Series E): Information Science, 2004, 34(6): 654- 662. (in Chinese)
- [18] TU Xianqin, YAO Jing, GU Defeng, YI Dongyun. Simulation of satellite to satellite tracking data of interferometric SAR based on GPS [A]. Proc of SPIE [C]. Wuhan: SPIE Press, 2006, 648100- 1- 648100- 9.

作者简介:



刘洋 男, 1977 年 5 月出生于湖南岳阳。

2000 年毕业于武汉空军雷达学院计算机及应用专业, 并随后考入空军雷达学院指挥自动化专业攻读硕士学位; 2003 年进入国防科学技术大学攻读博士学位。目前主要从事编队卫星空间状态测量、数据融合等方面的研究。

E-mail: wuxia780412@163.com

王正明 男, 1962 年出生于湖南岳阳, 教授、博士生导师, 现为国防科学技术大学理学院院长。主要从事数据融合与试验评估、数字图像处理数学理论与技术等方面的研究工作。

易东云 男, 1965 年出生于湖南株洲, 教授、博士生导师, 现为国防科学技术大学理学院数学与系统科学系副主任。主要从事动态系统分析与数据处理等方面的研究工作。